

(a) ELEMENTE DE ALGEBRA

1. Rezolvati in \mathbf{R} ecuatiile: (a) $|x - 2| + |x^2 - 5x + 6| = 0$;
(b) $\frac{|5x-8|}{|2x+3|} - 2 = 0$;
(c) $|x^2 - 7x + 12| + |x^2 - 4x + 3| = x$;
2. Sa se scrie sub forma algebrica numerele complexe: (a) $\frac{3+i}{1+i1-2i}$; (b) $(\frac{1-i\sqrt{3}}{2i})^2$;
(c) $\frac{13-i}{-3+2i}$;
3. Sa se rezolve ecuatiile: (a) $z^2 - iz + 1 + i = 0$;
(b) $z^2 - (5 - 4i)z + 3(1 - 13i) = 0$;
(c) $z^2 - 2(1 - i)z + 6 = 0$.
(d) $|z| - iz = (2 + i)(1 - i)$;
(e) $2z + (3 + i)\bar{z} = 1 + i$;
(f) $|z| - 3z = 3 - 6\sqrt{2} - 3i$;
(g) $lg(x + 6) - 2 = \frac{1}{2}lg(2x - 3) - lg25$;
(h) $\log_x \sqrt{5} + \log_x(5x) = \frac{9}{4} + (\log_x \sqrt{5})^2$;
(i) $3^x + 9^{x-1} - 810 = 0$;
(j) $(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}})^x - (\sqrt{3 - 2\sqrt{2}})^x = \frac{3}{2}$;
(k) $\log_{x-1}(x^2 - 5x + 7) = 1$;
(l) $2.25^x = 10^x + 4^x$;
(m) $2lg^2(x^3) - 3lgx - 1 = 0$.
4. Sa se demonstreze divizibilitatea polinoamelor: $f = X^7 + X^5 + 4X^4 + X^3 - 4X^2 + X - 8$ si $g = X^2 + 1$.
5. Sa se determine parametrul m si apoi sa se afle radacinile polinomului $X^3 - 6X^2 + 8X + m$ stiind ca are radacina 2.
6. Sa se afle catul impartirii polinomului $X^4 - 3X^3 + 2X^2 - 6X + 6$ la $X - 1$.
7. Sa se arate ca polinomul $X^7 - 3X^6 + 2X^5 + 2X^4 - 2X^3 - 2X^2 + 3X - 1$ se divide la $X^2 - 2X + 1$; se cere catul impartirii.
8. Sa se rezolve ecuatiile reciproce de ordinul trei: (a) $2x^3 + x^2 + x + 2 = 0$.
(b) $5x^2 + 2x^2 + 2x + 5 = 0$.
9. Sa se rezolve ecuatiile bipatrate: (a) $x^4 - 8x^2 + 9 = 0$;
(b) $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$;
(c) $x^4 - 17x^2 + 116 = 0$.
10. Sa se rezolve ecuatiile:
(a) $\sqrt{2x^3 + 7x^2 - 5} = x^2 + x$;
(b) $x^4 - 1 = 0$;
(c) $X^6 - 64 = 0$.
11. Aflati radacinile rationale ale urmatoarelor polinoame: $X^3 + 3X - 14$;
 $X^4 - X^3 - 12X^2 + 6X + 36$;
 $X^5 + 7X^4 + 18X^3 + 22X^2 + 13X + 8$.
12. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ si $B = \begin{pmatrix} 11 & -5 & 4 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Sa se calculeze matricea $C = 3A - 2B$.
13. Calculati (a) $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
(b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

14. Determinati inversa matricei A daca exista, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Apoi sa

se determine rangul matricei $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

15. Sa se determine a si b astfel incat matricele A si B sa aiba acelasi rang:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 0 & b \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ si } B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ a & 1 & b \end{pmatrix}.$$

16. Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$. Determinati a astfel incat matricea A sa fie

inversabila si in acest caz aflati inversa ei.

17. Sa se rezolve sistemele:

(a)

$$x+2y-3z=5;$$

$$3x-y+4z=1;$$

$$2z-y+2z=0.$$

(b)

$$4x-y+2z=5;$$

$$x+3y-z=4;$$

$$15x+6y+3z=11.$$

(c)

$$2x+y-3z+t=0;$$

$$x-y+4z=1;$$

$$x+3y-2t=-1;$$

$$3x+2y-z+2t=6.$$

18. Rezolvati sistemele: (a)

$$x+y+z=8$$

$$2x-3y-8z=-9$$

$$x+2y+3z=13.$$

(b)

$$-x+2y-z=6$$

$$4x-y+3z=7$$

$$5x+y+4z=-4$$

$$3x+y+2z=5.$$

(c)

$$x+y+z+t=5$$

$$2x-3y+4z+2t=5$$

$$x+4y-5z+t=8$$

$$3x-y-2z+3t=11.$$

19. Fie sistemul

$$2x + y + az = 1$$

$$x - y - a^2z = 2$$

$$2x + (a - a^2)z = a^3.$$

Sa se rezolve si sa se discute dupa valorile parametrului real a.

20. Se considera sistemul

$$x + y + mz = 1 + m$$

$$mx + y + z = m$$

$$mx + z = 2, m \in \mathbf{R}.$$

(a) Sa se scrie matricea A a sistemului pentru $m=0$ si sa se calculeze A^n .

(b) Exista valori ale parametrului m pentru care sistemul este incompatibil?

21. Se considera sistemul

$$2mx + y + z = 0$$

$$x + my - z = -1, m \in \mathbf{R}$$

$$x + 2my + z = 1$$

(a) Sa se rezolve in cazul $m=1$.

(b) Determinati m astfel ca sistemul sa fie compatibil determinat.

(c) Determinati m astfel ca sistemul sa fie incompatibil.

22. Fie sistemul

$$2x + y - z = 9$$

$$x - 3y + z = m, m \in \mathbf{R}$$

$$nx + y + z = 16$$

(a) Sa se determine $n \in \mathbf{R}$ astfel ca sistemul sa fie compatibil determinat.

(b) Sa se stabileasca valorile lui m si n pentru care sistemul e incompatibil.

(c) Pentru $m=-4$ si $n=5$ sa se rezolve sistemul.