UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 20.07.2009
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Să se determine domeniul de continuitate al funcţiei

$$f:[-1,1]\to[-2,2],\ f(x)=\begin{cases}-3x-2, & x\in[-1,0]\\ x^2+1, & x\in(0,1]\end{cases}.$$

a) $[-1, 1]\setminus\{0\}$; b) $[-1, 1]$; c) $(-1, 1)$; d) $(-1, 1)\setminus\{0\}$; e) $(-1, 1]\setminus\{0\}$.

2. (9 p) Să se determine toate valorile parametrului real m pentru care ecuaţia $e^x = mx^2$ are o rădăcină reală.

a) $m\in(-\infty,0]$; b) $m\in\left(0,\dfrac{e^2}{4}\right)$; c) $m\in\left(\dfrac{e^2}{8},\dfrac{e^2}{3}\right)$; d) $m\in\left(\dfrac{e^2}{4},+\infty\right)$; e) $m=\dfrac{e^2}{4}$.

3. (10 p) Să se calculeze $L=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^5+2^5+3^5+\ldots+n^5}{n^6}$.

a) $L=\dfrac{1}{5}$; b) $L=\dfrac{1}{6}$; c) $L=1$; d) $L=\dfrac{1}{4}$; e) $L=\dfrac{2}{3}$.

4. (8 p) Să se calculeze volumul corpului determinat prin rotirea în jurul axei Ox a subgraficului funcţiei $f(x)=\sqrt{x^2-1},\, x\in[1,2]$.

a) $\dfrac{\pi}{2}$; b) $\dfrac{2\pi}{3}$; c) $\dfrac{4\pi}{3}$; d) $\dfrac{8\pi}{3}$; e) 1.

5. (10 p) Se consideră inelul $(\mathbf{R},\perp,\top)$, unde legile de compoziţie se definesc prin
$x\perp y=x+y-2$
$x\top y=xy-2x-2y+6$.
Determinaţi elementele neutre θ (faţă de $\perp$) şi e (faţă de $\top$):

a) $\theta=1, e=3$; b) $\theta=2, e=1$; c) $\theta=1, e=1$; d) $\theta=2, e=3$; e) $\theta=0, e=1$.

6. (7 p) Determinaţi mulţimea tuturor soluţiilor ecuaţiei: $\cos^4 x-\sin^4 x=1$.

a) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{3}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$; b) $x\in\{k\pi\mid k\in\mathbf{Z}\}$; c) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{2}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$;

d) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{4}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$; e) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{6}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$.

A

7. (7 p) Determinați coordonatele centrului și raza cercului de ecuație $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

a) $C(1,-2),\ r=\sqrt{6}$; b) $C(-1,2),\ r=\sqrt{3}$; c) $C(-1,-1),\ r=\sqrt{5}$;

d) $C(1,2),\ r=\sqrt{5}$; e) $C(-2,-2),\ r=\sqrt{3}$.

8. (7 p) Să se calculeze: $\lim\limits_{x\to 12}\dfrac{3-\sqrt{x-3}}{x^2-144}$

a) 12; b) $\dfrac{1}{144}$; c) $-\dfrac{1}{288}$; d) $\dfrac{1}{288}$; e) $-\dfrac{1}{144}$.

9. (9 p) Să se afle cea mai mică valoare a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-2x+m^2$, când parametrul real m parcurge toate valorile posibile.

a) -1; b) 0; c) 1; d) $-\dfrac{1}{2}$; e) $-\dfrac{1}{8}$.

10. (8 p) Să se rezolve inecuația: $\log_3|x|<1$.

a) $x\in(0,\infty)$; b) $x\in\left(-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3}\right)\setminus\{0\}$; c) $x\in(-3,3)\setminus\{0\}$;

d) $x\in(-2,4)\setminus\{0\}$; e) $x\in(3,\infty)$.

11. (9 p) Să se rezolve ecuația matricială $\mathbf{AX}=\mathbf{B}$, unde $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}$ și $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}4&2\\2&4\end{pmatrix}$.

a) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}0&8\\-2&2\end{pmatrix}$; b) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6&8\\2&-2\end{pmatrix}$; c) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6&8\\-2&2\end{pmatrix}$; d) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6&8\\0&2\end{pmatrix}$; e) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6&0\\-2&2\end{pmatrix}$.

12. (8 p) Să se rezolve sistemul $\begin{cases}2x+3y+z=8\\x+2y+3z=7\\3x+y+2z=9\end{cases}$.

a) $x=1, y=2, z=3$; b) $x=2, y=1, z=1$; c) $x=3, y=2, z=2$;

d) $x=1, y=1, z=4$; e) $x=1, y=3, z=2$.