UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 19.07.2010
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Fiind dată ecuaţia $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$, cu rădăcinile x_1 şi x_2, să se calculeze $x_1^2+x_2^2$.

a) $\frac{b^2-2ac}{a^2}$; b) $\frac{b^2-ac}{a^2}$; c) $\frac{b^2-4ac}{a^2}$; d) $\frac{-b^2+4ac}{a^2}$; e) $\frac{-b^2+ac}{a^2}$.

2. (7 p) Să se rezolve ecuaţia $z^2=3+4i$.

a) $2-i, 2+i$; b) $2+i, -2-i$; c) $2+i, -2+i$; d) $2-i, -2+i$; e) $1+i, 2+i$.

3. (10 p) Să se calculeze $\det\left(\mathbf{A}^{2010}\right)$, unde $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

a) 2010; b) −2010; c) 1; d) −1; e) 0.

4. (9 p) Pentru ce valori ale lui m sistemul $\begin{cases} 2x+my+z=0 \\ 2x+2y-z=0 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$ admite şi soluţii diferite de soluţia banală?

a) $m=0$; b) $m \neq 0$; c) $m=-1$; d) $m \neq -1$ e) $m \in \mathbf{R}$.

5. (8 p) Pe **R** se defineşte legea de compoziţie „*” prin $x * y = axy - x - y + 2$, unde $a \in \mathbf{R}$. Pentru ce valori ale lui a legea considerată admite element neutru?

a) $a=-1$; b) $a=\frac{1}{2}$; c) $a=0$; d) $a=1$; e) $a=-\frac{1}{2}$.

6. (8 p) Care sunt soluţiile ecuaţiei $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ din intervalul $[0, 2\pi]$?

a) $\varnothing$; b) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$; c) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$; d) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}\right\}$; e) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right\}$.

7. (8 p) Să se afle coordonatele vârfurilor unui triunghi cunoscând mijloacele laturilor $P(3, -1)$, $Q(1, 7)$, $R(-4, 3)$.

a) $(-1, -4), (5, 2), (-3, 12)$; b) $(-2, 3), (8, -5), (-6, 19)$; c) $(-2, -5), (8, 3), (-6, 11)$; d) $(-2, -5), (4, 19), (-12, 13)$; e) $(2, -3), (-10, 9), (0, 17)$.

8. (8 p) Să se determine parametrul real a astfel încât funcţia $f : \mathbf{R} \setminus \{1\} \to \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \begin{cases} a \ln(3-x), \text{dacă } x < 1 \\ \dfrac{2^x - 2}{x-1}, \text{dacă } x > 1 \end{cases}$, să aibă limită în punctul $x = 1$.

a) 0; b) 1; c) 2; d) $\frac{1}{2}$; e) $\ln 2$.

9. (7 p) Să se determine cea mai mică şi cea mai mare valoare a funcţiei $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 6x - x^3$, pe segmentul $[-2, 3]$.

a) $f_{\min} = 2, f_{\max} = 4$; b) $f_{\min} = -5, f_{\max} = 6$; c) $f_{\min} = -8, f_{\max} = 4\sqrt{2}$; d) $f_{\min} = -2, f_{\max} = 7$; e) $f_{\min} = -9, f_{\max} = 4\sqrt{2}$.

10. (9 p) Să se determine mulţimea valorilor parametrului real a pentru care ecuaţia $x^3 - 3x^2 + a = 0$ are toate rădăcinile reale şi distincte.

a) $(0, 4)$; b) $(-\infty, 0)$; c) $[0, 4]$; d) $[4, \infty)$; e) $(-4, 0)$.

11. (8 p) Să se calculeze integrala $I = \int_1^2 \frac{1+x^2}{x} dx$.

a) $\ln 2 - \frac{1}{2}$; b) $2\ln 2 + \frac{1}{2}$; c) $\ln 2 + \frac{3}{2}$; d) $\ln 2 + \frac{1}{2}$; e) $2\ln 2 - \frac{1}{2}$.

12. (10 p) Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotirea subgraficului funcţiei $f : [0,1] \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt[4]{x(1-x)}$, în jurul axei Ox.

a) $\frac{\pi^2}{2}$; b) $\frac{\pi^2}{4}$; c) $\frac{\pi^2}{8}$; d) π; e) $\pi^2\sqrt{2}$.