

1. (8 p) Precizați care este mulțimea soluțiilor inecuației $\sqrt{15-5x} - \sqrt{13+2x} \leq 2$.

a) $A = \left[-\frac{102}{49}, 2\right]$;

b) $A = \left[\frac{102}{49}, 3\right]$;

c) $A = [-2, 3]$;

d) $A = \left[-2, \frac{102}{49}\right]$;

e) $A = [-3, 2]$.

2. (9 p) Să se rezolve sistemul
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 3 \\ 4^{\log_2 x} + 9^{\log_3 y} = 20 \end{cases}$$

a) $x = 2, y = 3$;

b) $\begin{cases} x = 2, & y = 4 \\ x = -2, & y = -4 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x = 3, & y = 9 \\ x = 9, & y = 3 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} x = 2, & y = 4 \\ x = 4, & y = 2 \end{cases}$;

e) $\begin{cases} x = 2, & y = 3 \\ x = 3, & y = 2 \end{cases}$.

3. (7 p) Să se calculeze determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{vmatrix}$, unde ω este numărul complex $1+i$.

a) $\Delta = -3+4i$;

b) $\Delta = 2-6i$;

c) $\Delta = 2+4i$

d) $\Delta = 2\omega$;

e) $\Delta = \omega+1$.

4. (9 p) Să se determine produsul valorilor parametrului $\lambda \in \mathbf{R}$, valori pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-y-3z=-3, \\ 4x+\lambda^2 y=1 \end{cases}$$

este incompatibil.

a) -20;

b) -16;

c) 0;

d) -1;

e) 20.

5. (7 p) Pe \mathbf{R} se definește legea de compoziție $x*y = (a+1)x + 2by$, $(\forall)x, y \in \mathbf{R}$, unde a și b sunt parametri reali. Legea „*” definește pe \mathbf{R} o structură de grup pentru:

a) $a = 0, b = \frac{1}{2}$;

b) $a = 1, b = \frac{1}{2}$;

c) $a = 0, b = 2$;

d) $a = 1, b = 1$;

e) $a = \frac{1}{2}, b = 1$.

6. (8 p) Să se rezolve ecuația $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2$ în intervalul $[0, 2\pi]$.

a) $x = \frac{\pi}{12}$;

b) $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{4}$;

c) $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{2\pi}{3}$;

A

d) $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{4\pi}{3}$;

e) $x = \frac{\pi}{3}$.

7. (10 p) Pentru hiperbola (H) $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$, să se calculeze aria triunghiului format de asimptotele hiperbolei (H) și dreapta (d) $4x + y = 6$.

a) 24;

b) 8;

c) 6;

d) 4;

e) 14.

8. (8 p) Care este valoarea limitei șirului cu termenul general,

$$a_n = \left(\frac{2n+5}{2n+1} \right)^n ?$$

a) e ;

b) $\sqrt[3]{e}$;

c) \sqrt{e} ;

d) $\frac{1}{e}$;

e) e^2 .

9. (7 p) Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x^2 + 1) \ln 3x$,

Să se calculeze $f' \left(\frac{1}{3} \right)$.

a) $\frac{10}{3}$;

b) $\frac{2}{3}$;

c) 1;

d) 0;

e) $-\frac{10}{3}$.

10. (9 p) Să se afle mulțimea valorilor lui $p \in \mathbf{R}$ pentru care ecuația $3x^4 - 4x^3 - 24x^2 + 48x + p = 0$ are rădăcină dublă negativă.

a) $\{64\}$;

b) \emptyset ;

c) $\{64, 100\}$;

d) $\{112\}$;

e) $\{100\}$.

11. (8 p) Să se calculeze integrala $\int_0^1 x \sqrt{1+x^2} dx$

a) $I = 2\sqrt{2} - 1$;

b) $I = \frac{1}{3}(2\sqrt{3} - 1)$;

c) $I = \frac{1}{3}(2\sqrt{2} - 1)$;

d) $I = \frac{1}{3}(2\sqrt{2} + 1)$;

e) $I = 2\sqrt{3} - 1$.

12. (10 p) Fie funcția $f: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3$. Să se determine $c \in (1, 2)$ astfel încât

$$\int_1^2 f(x) dx = 30f(c).$$

a) $c = \frac{1}{3}$;

b) $c = \frac{1}{2}$;

c) $c = \frac{2}{3}$;

d) $c = \frac{3}{2}$;

e) \emptyset .