UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA **A**

SESIUNEA: SEPTEMBRIE, DATA: 15.09.2008

PROBA: MATEMATICĂ

1. (8 p) Să se determine $m \in \mathbf{R}$, astfel ca rădăcinile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2 - (2m-3)x + m - 1 = 0$ să satisfacă relaţia $2x_1 - 5x_1x_2 + 2x_2 = 0$.

a) $m = 2$; b) $m = -1$; c) $m_{1,2} = 2 \pm \sqrt{7}$; d) $m_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5}$; e) $m_{1,2} = \pm\sqrt{5}$.

2. (9 p) Să se rezolve ecuaţia matricială $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. (8 p) Să se determine toate valorile parametrului $\lambda \in \mathbf{R}$ pentru care sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y - 3z = -3 \\ 4x + \lambda y = 1 \end{cases}$ este compatibil determinat.

a) $\mathbf{R} \setminus \{4\}$; b) $\mathbf{R} \setminus \{-4\}$; c) $\mathbf{R} \setminus \{16\}$; d) $\mathbf{R} \setminus \{-16\}$; e) $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.

4. (7 p) Să se calculeze limita şirului cu termenul general $a_n = \left(\dfrac{2n+5}{2n+1}\right)^n$.

a) e; b) $\sqrt[3]{e}$; c) $\sqrt{e}$; d) $\dfrac{1}{e}$ e) e^2.

5. (7 p) Pe dreapta care uneşte punctele A(–3, 5), B(–1, 2) să se determine un punct de abscisă $x = 5$.

a) $(5, -1)$; b) $(5, -7)$; c) $(3, 5)$; d) $(5, 7)$; e) $(5, 0)$.

6. (8 p) Să se calculeze expresia $E = \dfrac{\sin 60° - \sin 30°}{\cos 30° + \cos 60°}$.

a) $2 + \sqrt{3}$; b) $\sqrt{3} - 2$; c) $\sqrt{2} - 3$; d) $3 + \sqrt{2}$; e) $2 - \sqrt{3}$.

7. (8 p) Pe $\mathbf{R}$ se defineşte legea de compoziţie "$*$" prin $x * y = axy - x - y + 2$, unde $a \in \mathbf{R}$. Pentru ce valori ale lui a legea considerată admite element neutru?

a) $a = 1$; b) $a = 0$; c) $a = -1$; d) $a = \dfrac{1}{2}$; e) $a = -\dfrac{1}{2}$.

8. (8 p) Să se rezolve ecuaţia $\lg x^2 + 2\lg x = 2^2$.

a) $x = 10$; b) $x = 100$; c) $x = 1000$; d) $x = 1$; e) $x = 2$.

A

9. (10 p) Fie funcția $f:\mathbf{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}\to\mathbf{R}$, definită prin $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$. Să se determine asimptotele la graficul acestei funcții.

a) $x=\frac{3}{2}, y=\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{2}$; b) $x=\frac{3}{2}, y=x$; c) $x=\frac{3}{2}, y=x+\frac{1}{2}$;

d) $x=\frac{3}{2}, y=0$; e) $x=-\frac{3}{2}, y=\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{2}$.

10. (8 p) Se consideră funcțiile $f(x)=x^2$ și $g(x)=-x^2+4x+c$, unde $c\in\mathbf{R}$. Să se afle c astfel încât graficele lui f și g să aibă o tangentă comună într-un punct de intersecție a curbelor.

a) $c=1$; b) $c=2$; c) $c=\frac{1}{2}$; d) $c=-2$; e) $c=3$.

11. (10 p) Se consideră ecuația $4x^3+x^2-4x+a=0$, unde a este un parametru real. Pentru ca ecuația să aibă trei rădăcini reale, parametrul a aparține următorului interval:

a) $a\in\left[-\frac{52}{27},\frac{5}{4}\right]$; b) $a\in\left(-\frac{5}{2},\frac{5}{4}\right)$; c) $a\in\left(-\frac{2}{7},\frac{5}{4}\right)$; d) $a\in\left(-\frac{5}{7},\frac{4}{5}\right)$; e) $a\in(1,5)$.

12. (9 p) Calculați valoarea integralei: $I=\int_0^2|x-1|\,dx$.

a) 8; b) 1; c) 10; d) 9; e) 7.