UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA

SESIUNEA: IULIE, DATA: 23.07.2007

PROBA: MATEMATICĂ

1. (8 p) Adott az f: **R**→**R**, $f(x)=2\left[\frac{x}{2}\right]+1$ függvény. Számítsuk ki $f \circ f \circ f$

a) $f(x)+3$; b) $f(x)$; c) $2^3 f(x)$; d) $f(x)-3$; e) $f(x)+2$.

2. (7 p) Határozzuk meg az $E=\left\{n\in\mathbf{N}\,\middle|\,\frac{15}{(n+2)!}>\frac{1}{(n+1)!}\right\}$ halmaz elemeinek számát.

a) 0; b) 1; c) 11; d) 13; e) 15 .

3. (8 p) Határozzuk meg az összes $z \in$ **C** komplex számokat, amelyek kielégitik a $|z|-z=1-2i$ egyenletet.

a) $z=-\frac{1}{2}+i$; b) $z=\frac{3}{2}+2i$; c) $z_1=\frac{3}{2}$, $z_2=\frac{3}{2}+2i$; d) $z=\frac{3}{2}-2i$; e) $z=\frac{5}{2}+3i$.

4. (8 p) Számítsuk ki a $\Delta=\begin{vmatrix}1 & -x & -1\\ -x & x^2 & x\\ -1 & x & 1\end{vmatrix}$ determinánst.

a) -1 ; b) $2x^2$; c) $4x^2$; d) $6x^2$; e) 0 .

5. (8 p) Adott a következő egyenletrendszer: $\begin{cases}ax+y+z=0\\ x+ay-z=-1\\ x+ay+z=1\end{cases}$, ahol $a \in$ **R** - hez. Legyen S az a paraméter értékeinek összege, melyre a rendszer összeférhetetlen. Állapítsuk meg, hogy:

a) $S=-1$; b) $S=0$; c) $S=1$; d) $S=-2$; e) $S=2$.

6. (9 p) Számítsuk ki: $L=\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}\right]^n$.

a) $L=1$; b) $L=e^{\frac{3}{2}}$; c) $L=\infty$; d) $L=e$; e) $L=e^{-1}$.

7. (9 p) Adott az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x^2+x^3e^{nx}}{1+e^{nx}}$ függvény. Melyik az f függvény deriválhatósági pontjainak halmaza?

a) $\mathbf{R}\setminus\{0\}$; b) $\mathbf{R}$; c) $[0,+\infty)$; d) $(-\infty,0]$; e) $[1,+\infty)\cup\{0\}$.

8. (10 p) Legyen g inverz függvénye az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x^3+x$ bijektiv függvénynek. Számítsuk ki $g'(-2)$ és $g''(-2)$.

a) $g'(-2)=4,\ g''(-2)=-20$; b) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=-\frac{20}{4^3}$;

c) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=\frac{3}{32}$; d) $g'(-2)=0,\ g''(-2)=1$;

e) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=0$.

9. (10 p) Az $A(-5,\sqrt{11})$ pontból érintőket húzunk az $x^2+y^2=9$ körhöz. Határozzuk meg a kör érintői által bezárt szöget.

a) 30° ; b) 90° ; c) 45° ; d) 60°; e) 15° .

10. (7 p) Határozzuk meg a $\pi: x-2y-2z+9=0$ sík távolságát az origótól.

a) 0 ; b) 1 ; c) 2 ; d) 3 ; e) 4 .

11. (8 p) Határozzuk meg azon forgástest térfogatát melyet az $y=\sqrt{x}$, $x = 1$ és $x = 9$ görbék által meghatározott síkterületnek az *Ox* tengely körüli forgatásából kapunk.

a) 7π ; b) π ; c) 40π ; d) 20π ; e) 10π .

12. (8 p) Adott az **R** halmazon értelmezett következő belső művelet:
$x*y=xy+\alpha x+2\beta y$, $(\forall)x,y\in\mathbf{R}$, ahol $\alpha,\beta\in\mathbf{R}^*$. Melyek az α és β értékei úgy, hogy a $*$ művelet kommutativ és asszociativ legyen ?

a) $\alpha=\frac{1}{2},\ \beta=1$; b) $\alpha=\beta=-1$; c) $\alpha=\beta=1$; d) $\alpha=1,\ \beta=\frac{1}{2}$; e) $\alpha=1,\ \beta=-1$.