VARIANTA A

CONCURS DE MATEMATICĂ ETC™11, 07.05.2011

ENUNŢURI ŞI PUNCTAJE

1. (7p) Să se determine mulţimea numerelor reale care verifică inegalitatea:

$$\sqrt{3-x} \le \sqrt{x^2-5x+6}\,.$$

a) $(-\infty,1]$; b) $(-\infty,-1]$; c) $(-\infty,1]\cup\{3\}$; d) $(-\infty,3]$; e) $\{3\}$.

2. (7p) Să se calculeze valoarea expresiei:

$$E=\frac{tgx-\sin\frac{2x}{3}}{\cos x-ctg2x}+\sqrt{2}$$

pentru $x=\frac{\pi}{4}$.

a) $1+\sqrt{2}$; b) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $2\sqrt{2}$; e) $\sqrt{2}$.

3. (7p) Să se determine parametrii $a,b\in\Re$ astfel încât dreapta $y=x-3$ să fie tangentă graficului funcţiei $f:\Re\to\Re$,

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x^2+2}$$

în punctul $A(1,-2)$.

a) $a=1, b=-8$; b) $a=-2, b=-5$; c) $a=-4, b=-3$; d) $a=-3, b=-4$;

e) $a=-5, b=-2$.

4. (9p) Să se determine parametrii reali m şi n astfel încât ecuaţiile:

$$(2n+3)x^2-5(n+1)x+20=0 \text{ şi } (5m-52)x^2-(m-4)x+4=0$$

să aibă aceleaşi rădăcini.

a) $m=-11, n=6$; b) $m=-7, n=10$; c) $m=9, n=6$; d) $m=7, n=10$;
e) $m=11, n=6$.

5. (8p) Să se calculeze valoarea expresiei:

$$E=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2001}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2001}.$$

a) 2; b) 1; c) 0; d) $2i$; e) $-2i$.

6. (8p) Se se determine $m\in\Re$ astfel încât sistemul:

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 5x+4y=m \\ 2x+y=8 \end{cases}$$

să fie compatibil.

a) 20; b) 23; c) 0; d) 1; e) 21.

VARIANTA A

7. (8p) Se se determine coordonatele simetricului punctului $A(-3,4)$ faţă de dreapta $(d)\ 2x-y+5=0$.

a) $(-1,\ 3)$; b) $(2,\ 1)$; c) $(1,\ -2)$; d) $(1,\ 2)$; e) $(3,\ -4)$.

8. (8p) Fie matricea:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

Să se calculeze A^{2011}.

a) $\begin{pmatrix}1 & 2011\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}1 & 2^{2011}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}1 & 2011^2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}1 & 4022\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix}1 & 6033\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

9. (9p) Fie $f:\Re\to\Re$, definită prin:

$$f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+m}}.$$

Să se determine mulţimea valorilor reale ale lui *m* astfel încât funcţia să admită un extrem cu valoarea $-\frac{2}{\sqrt{5}}$.

a) $\{-1,0\}$; b) $\{-1\}$; c) $\{0\}$; d) $\{0,1\}$; e) $\varnothing$.

10. (9p) Să se determine asimptotele la graficul funcţiei $f:\Re\to\Re$,

$$f(x)=x+\sqrt{\left|x^2-1\right|}.$$

a) $y=2x$; b) $y=0$ şi $y=1$; c) $y=2x+1$; d) $y=0$ şi $y=2x$; e) $y=x+1$.

11. (10p) Să se determine mulţimea valorilor reale ale lui *m* pentru care ecuaţia:

$$\sqrt{mx^2-x+1}+\sqrt{mx^2+x+1}=x$$

are cel puţin o soluţia reală.

a) $\Re$; b) $\varnothing$; c) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$; d) $\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right\}$; e) $(0,\ \infty)$.

12. (10p) Fie funcţia $f:\Re\to\Re$ derivabilă în punctul $x=0$ şi $f'(0)=1$. Presupunem că f îndeplineşte condiţia:

$$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy,\quad (\forall)x,y\in\Re.$$

Să se precizeze care din următoarele răspunsuri este corect:

a) f nu este derivabilă în punctul $x=1$; b) există $f'(1)=2$; c) există $f'(2)=5$;
d) există $f'(-1)=-2$; e) există $f'(3)=8$.