



CONCURS DE MATEMATICĂ

ETC 02.04.2011

ENUNȚURI ȘI PUNCTAJE

- 1. (8p)** Să se determine mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ astfel încât parabolele asociate funcțiilor $f(x) = mx^2 - 2mx - 6$ și $g(x) = x^2 - 2x - 4$ să aibă același vârf.
- a) $\{1\}$; b) $\{-1\}$; c) $\{-1, 1\}$; d) $\{-2\}$; e) \emptyset .

- 2. (9p)** Fie $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ astfel încât $|z - 5| = 4$. Să se calculeze:

$$\frac{|z - 3|}{|z + 3|}.$$

- a) $\frac{1}{2}$; b) 2; c) 1; d) $\frac{1}{4}$; e) 4.

- 3. (9p)** Să se determine mulțimea $\text{Im } f = \{f(x) | x \in \mathbb{R}\}$ pentru funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 1}.$$

- a) $[0, 1]$; b) $[0, 4]$; c) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$; d) $[0, 6]$; e) $[0, 5]$.

- 4. (8p)** Să se calculeze:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)} \right).$$

- a) 1; b) 2; c) $\frac{1}{2}$; d) 0; e) -1.

- 5. (7p)** Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ 3x + y - 2z = 2 \\ 5x + 2y + z = m \end{cases}$$

Să se determine mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil.

- a) $\{0, 3\}$; b) $\{0\}$; c) $\{3\}$; d) \emptyset ; e) $\{1, 3\}$.

6. (8p) Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(-3, 4)$ față de dreapta (d) $2x - y + 5 = 0$.

- a) $(-1, 3)$; b) $(2, 1)$; c) $(1, -2)$; d) $(1, 2)$; e) $(3, -4)$.

7. (9p) Să se afle valoarea expresiei:

$$E = \frac{2}{\sin \frac{\pi}{18}} - \frac{2\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{18}}.$$

- a) $\frac{1}{2}$; b) 1; c) 2; d) 4; e) 8.

8. (8p) Să se calculeze integrala:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx.$$

- a) $\frac{3\pi}{8}$; b) $\frac{3\pi}{16}$; c) $\frac{2\pi}{3}$; d) $\frac{\pi}{16}$; e) $\frac{5\pi}{16}$.

9. (9p) Să se determine mulțimea valorilor reale ale lui x care verifică inegalitatea:

$$\ln(1 + x^2) > -x.$$

- a) \mathfrak{R} ; b) $(0, \infty)$; c) $(-\infty, 0)$; d) $(1, \infty)$; e) $(-\infty, -1)$.

10. (10p) Să se calculeze:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x} e^{-x} dx.$$

- a) $2e^{\frac{\pi}{2}}$; b) $e^{\frac{\pi}{2}}$; c) $e^{\frac{\pi}{2}} + e^{\frac{\pi}{2}}$; d) $e^{\frac{\pi}{2}}$; e) $2e^{\frac{\pi}{2}}$.

11. (8p) Să se determine mulțimea numerelor reale care verifică inecuația:

$$\sqrt{10 + 5x} - 2 \leq \sqrt{15 - 2x}.$$

- a) $[-2, 3]$; b) $\left[-2, \frac{15}{2}\right]$; c) $\left[-2, \frac{9}{7}\right]$; d) $\left[\frac{9}{7}, 3\right]$; e) $\left[-\frac{53}{49}, 3\right]$.

12. (7p) Fie $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ o funcție pară și derivabilă. Să se calculeze derivata funcției $F : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$,

$$F(x) = (x^4 + x^2 + 1)f(x) - e^{-x}$$

în punctul $x = 0$.

- a) -1; b) 0; c) 1; d) 2; e) -2.