

A



MATEMATIČKO TAKMIČENJE

ETC 2.04.2011

FORMULISANJE PROBLEMA I BODOVANJE

1. (8p) Utvrdite skup vrednosti  $m \in \mathfrak{R} \setminus \{0\}$ , tako da parabole povezane funkcijama  $f(x) = mx^2 - 2mx - 6$  i  $g(x) = x^2 - 2x - 4$  imaju isti vrh.

- a)  $\{1\}$ ;                      b)  $\{-1\}$ ;                      c)  $\{-1, 1\}$ ;                      d)  $\{-2\}$ ;                      e)  $\emptyset$ .

2. (9p) Daje se  $z \in \mathbb{C} \setminus \mathfrak{R}$ , tako da  $|z - 5| = 4$ . Izračunajte:

$$\frac{|z - 3|}{|z + 3|}.$$

- a)  $\frac{1}{2}$ ;                      b) 2;                      c) 1;                      d)  $\frac{1}{4}$ ;                      e) 4.

3. (9p) Odredite skup  $\text{Im } f = \{f(x) | x \in \mathfrak{R}\}$  za dole definisanu funkciju  $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ ,

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 1}.$$

- a)  $[0, 1]$ ;                      b)  $[0, 4]$ ;                      c)  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ ;                      d)  $[0, 6]$ ;                      e)  $[0, 5]$ .

4. (8p) Izračunajte:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)} \right).$$

- a) 1;                      b) 2;                      c)  $\frac{1}{2}$ ;                      d) 0;                      e) -1.

5. (7p) Daje se sistem jednačina:

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ 3x + y - 2z = 2 \\ 5x + 2y + z = m \end{cases}$$

Odredite skup vrednosti  $m \in \mathfrak{R}$  za koje je sistem kompatibilan.

- a)  $\{0, 3\}$ ;                      b)  $\{0\}$ ;                      c)  $\{3\}$ ;                      d)  $\emptyset$ ;                      e)  $\{1, 3\}$ .

6. (8p) Odredite koordinate tačke koja je simetrična tački  $A(-3, 4)$ , u odnosu na pravu (d)  $2x - y + 5 = 0$ .

- a)  $(-1, 3)$ ;      b)  $(2, 1)$ ;      c)  $(1, -2)$ ;      d)  $(1, 2)$ ;      e)  $(3, -4)$ .

7. (9p) Pronadjite vrednost izraza:

$$E = \frac{2}{\sin \frac{\pi}{18}} - \frac{2\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{18}}.$$

- a)  $\frac{1}{2}$ ;      b) 1;      c) 2;      d) 4;      e) 8.

8. (8p) Izračunajte vrednost integrale:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx.$$

- a)  $\frac{3\pi}{8}$ ;      b)  $\frac{3\pi}{16}$ ;      c)  $\frac{2\pi}{3}$ ;      d)  $\frac{\pi}{16}$ ;      e)  $\frac{5\pi}{16}$ .

9. (9p) Pronadjite skup realnih vrednosti  $x$  koje verifikuju nejednakost:

$$\ln(1 + x^2) > -x.$$

- a)  $\mathfrak{R}$ ;      b)  $(0, \infty)$ ;      c)  $(-\infty, 0)$ ;      d)  $(1, \infty)$ ;      e)  $(-\infty, -1)$ .

10. (10p) Izračunajte:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x} e^{-x} dx.$$

- a)  $2e^{\frac{\pi}{2}}$ ;      b)  $e^{\frac{\pi}{2}}$ ;      c)  $e^{\frac{\pi}{2}} + e^{\frac{\pi}{2}}$ ;      d)  $e^{\frac{\pi}{2}}$ ;      e)  $2e^{\frac{\pi}{2}}$ .

11. (8p) Pronadjite skup realnih vrednosti koji verifikuju nejednačinu:

$$\sqrt{10 + 5x} - 2 \leq \sqrt{15 - 2x}.$$

- a)  $[-2, 3]$ ;      b)  $\left[-2, \frac{15}{2}\right]$ ;      c)  $\left[-2, \frac{9}{7}\right]$ ;      d)  $\left[\frac{9}{7}, 3\right]$ ;      e)  $\left[-\frac{53}{49}, 3\right]$ .

12. (7p) Daje se parna i izvodljiva funkcija  $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ . Izračunajte izvod funkcije  $F : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ ,

$$F(x) = (x^4 + x^2 + 1)f(x) - e^{-x}$$

u tački  $x = 0$ .

- a)  $-1$ ;      b) 0;      c) 1;      d) 2;      e)  $-2$ .