## VARIANTA A

## CONCURSUL DE MATEMATICĂ ETC™+ PROBA 1

**ENUNŢURI ŞI PUNCTAJE**

1. **(8p)** Fie $x_1$ şi $x_2$ rădăcinile ecuaţiei $x^2 + x + 1 = 0$. Să se calculeze

$$x_1^{2011} + x_2^{2011}.$$

a) 0; b) 1; c) -1; d) 2; e) *i*.

2. **(9p)** Să se determine mulţimea valorilor parametrului real *m* astfel încât

$$\{x \in \Re : mx^2 - (m+2)x + m + 2 > 0\} = \varnothing$$

a) $(-\infty,0) \cup \left[\frac{2}{3},\infty\right)$; b) $[2,\infty)$; c) $(-\infty,-2]$; d) $\left[\frac{2}{3},\infty\right)$; e) $\left[0,\frac{2}{3}\right]$.

3. **(7p)** Se dau punctele *A*(3,5), *B*(-1,3), *C*(4,1). Se cere ecuaţia medianei din *C* a triunghiului $\overline{ABC}$.

a) $x + y - 5 = 0$; b) $x - y + 4 = 0$; c) $2x + 2y - 1 = 0$; d) $x + y - 4 = 0$; e) $x + y - 1 = 0$.

4. **(7p)** Să se calculeze valoarea expresiei

$$E = \frac{\sin(x+\frac{\pi}{4}) - \cos(x+\frac{\pi}{4})}{\sin(x+\frac{\pi}{4}) + \cos(x+\frac{\pi}{4})}$$

pentru $x = \frac{\pi}{3}$.

a) $E = 0$; b) $E = 1$; c) $E = \frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $E = \frac{\sqrt{3}}{3}$; e) $E = \sqrt{3}$.

5. **(8p)** Se consideră funcţia $f : (-\infty,0] \cup [6,\infty) \to \Re$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$. Să se determine asimptotele la graficul funcţiei.

a) $y = x - 6$ şi $y = -x + 6$; b) $y = x - 3$; c) $y = -x + 3$; d) $y = x - 6$; e) $y = x - 3$ şi $y = -x + 3$.

6. **(9p)** În dezvoltarea binomului $(\sqrt{2^{x+1}} + \sqrt{2^{-x}})^n$, suma coeficienţilor binomiali ai primilor trei termeni este egală cu 22. Să se afle toate valorile lui *x* pentru care suma dintre termenul al treilea şi termenul al cincilea este egală cu 135.

a) $x_1 = 0, x_2 = 1$; b) $x = 1$; c) $x_1 = 1, x_2 = -2$; d) $x_1 = 0, x_2 = -1$; e) $x = 0$.

7. **(8p)** Fie $f:[-1,\infty)\to\Re$, definită prin $f(x)=\sqrt{x+1}$. Să se determine abscisa $x_0$ a unui punct situat pe graficul lui $f$ în care tangenta la grafic să fie paralelă cu coarda ce uneşte punctele de pe grafic de abscise $x = 3$ şi $x = 8$.

a) $x_0=\frac{5}{4};$ b) $x_0=\frac{21}{4};$ c) $x_0=5;$ d) $x_0=\frac{31}{4};$ e) $x_0=7;$

8. **(7p)** Pe $\Re$ se defineşte legea de compoziţie

$$x*y=mxy-x-y+2,$$

unde $m\in\Re$. Să se determine valorile lui $m$ pentru care legea admite element neutru.

a) $m=0$; b) $m=-1$; c) $m=1$;` d) $m=\frac{1}{2}$; e) $m=-\frac{1}{2}$.

9. **(8p)** Fie matricea

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

Să se calculeze $A^{2011}$.

a) $\begin{pmatrix}1 & 2011\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}1 & 2^{2011}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}1 & 2011^2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}1 & 4022\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix}1 & 6033\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

10. **(10p)** Fie $n\geq 1$ natural. Să se determine funcţia derivabilă $f:\Re\to\Re$ astfel încât $f(0)=0$ şi

$$\sum_{k=1}^{n} f\left(x+2^k y\right)-y=nf(x),$$

pentru orice $x, \mathrm{y}\in\Re$.

a) $f(x)=\frac{x^2}{2^n-1}+x$; b) $f(x)=\frac{2^n-1}{2}x$; c) $f(x)=\frac{x}{2^{n+1}-2}$;

d) $f(x)=\frac{x}{2^{n+1}-1}$; e) $f(x)=\frac{x}{2^{n+1}}$

11. **(9p)** Să se calculeze integrala

$$I=\int_0^1\frac{x\ln\left(1+x^2\right)}{x^4+1}dx.$$

a) $\frac{\pi}{8}\ln 2$; b) $\frac{\pi}{16}\ln 2$; c) $\frac{\pi}{4}\ln 2$; d) $\frac{\pi}{2}\ln 2$; e) 1.

12. **(10p)** Să se calculeze integrala

$$I=\int_2^4\frac{(x-2)e^{2x}}{(4-x)e^6+(x-2)e^{2x}}dx.$$

a) 1; b) 2; c) 3; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{1}{3}$.