PROBLEME SUPLIMENTARE CONCURS ETcTM

1. (10 p) Dacă A este o mulţime cu 2014 elemente şi n reprezintă numărul legilor de compoziţie ce se pot defini pe A, atunci

a) $n = 2014$ b) $n = 2014^{4\cdot 1007^2}$ c) $n = 2^{2014^2}$

d) $n = 2^{2014}$ e) $n = 2014^{2014}$ f) $n = 2014^{1007}$

2. (10 p) Fie funcţia $f : R \to R$ dată de

$$f(x) = \begin{vmatrix} a+x & b+x & c+x \\ a^2+x^2 & b^2+x^2 & c^2+x^2 \\ a^3+x^3 & b^3+x^3 & c^3+x^3 \end{vmatrix}$$

unde $a,b,c \in R$. Să se calculeze $f'(x)$.

a) $f'(x) = (b-a)(c-a)(c-b)[x^2 - (a+b+c)x + ab + ac + bc]$

b) $f'(x) = (a-b)(c-a)(c-b)[x^2 - (a+b+c)x + ab + ac + bc]$

c) $f'(x) = (b-a)(c-a)(c-b)[3x^2 - 2(a+b+c)x + ab + ac + bc]$

d) $f'(x) = (b-a)(c-a)(b-c)[3x^2 - 2(a+b+c)x + ab + ac + bc]$

e) $f'(x) = (b-a)(c-a)(c-b)[2x^2 - 3(a+b+c)x + ab + ac + bc]$

f) $f'(x) = (a-b)(c-a)(c-b)[2x^2 - 3(a+b+c)x + ab + ac + bc]$

3. (10 p) Se consideră punctele $P_n(n, 2^n - 1)$, $n \in N$. Să se determine n pentru care aria triunghiului $P_n P_{n+1} P_{n+2}$ este egală cu 32.

a) $n = 4$ b) $n = 5$ c) $n = 6$

d) $n = \log_2 \frac{32}{5}$ e) $n = \log_2 \frac{32}{3}$ f) $n = 3$

4. (10 p) Să se determine valoarea integralei definite

$$I = \int_2^3 \frac{x^n}{x-1} dx, \quad \forall n \in N^*.$$

a) $I = 1 - \ln 2 + \sum_{k=2}^{n} \frac{3^k - 2^k}{k}$ b) $I = 1 + \ln 2 + \sum_{k=2}^{n} \frac{3^k - 2^k}{k}$ c) $I = 1 - \ln 2 - \sum_{k=2}^{n} \frac{3^k + 2^k}{k}$

d) $I = 1 - \ln 2 + \sum_{k=2}^{n} \frac{3^k + 2^k}{k}$ e) $I = 1 + \ln 2 - \sum_{k=2}^{n} \frac{3^k + 2^k}{k}$ f) $I = 1 + \ln 2 - \sum_{k=1}^{n} \frac{3^k + 2^k}{k}$