SIMULARE EXAMEN ADMITERE

1. (7 p) Să se rezolve ecuaţia

$$\log_2(x+1)=\log_4(x^2-x+4).$$

a) $x=2$ b) $x=1$ c) $x=0$ d) $x>1$ e) $x<1$ f) $x\in(1,2]$

2. (10 p) Se consideră numerele complexe z_1, z_2, z_3 care îndeplinesc condiţiile $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ şi $z_1+z_2+z_3=1$. Să se calculeze $S=z_1^{2015}+z_2^{2015}+z_3^{2015}$.

a) $S=2015$ b) $S=0$ c) $S=3$ d) $S=1$ e) $S=2014$ f) $S=-3$

3. (8 p) Fie matricea $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & -5\\ 0 & 1 & 4\\ -1 & 0 & 2\end{pmatrix}$. Să se determine $a,b,c\in R$ astfel încât $A^3=aA^2+bA+cI_3$.

a) $a,b,c\in\Phi$ b) $a=6, b=-6, c=1$ c) $a=-6, b=6, c=-1$

d) $a=1, b=6, c=-6$ e) $a=-6, b=1, c=6$ f) $a=6, b=6, c=1$

4. (7 p) Să se determine mulţimea valorilor lui $m\in R$ astfel încât sistemul

$$\begin{cases}x+my+m^2z=0\\ m^2x+y+mz=0\\ m^2x+my+z=0\end{cases}$$

să admită şi soluţii diferite de soluţia banală.

a) $R\setminus\{\pm1\}$ b) $\left\{\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2},\pm1\right\}$ c) $\{\pm1\}$

d) $\{1\}$ e) $R\setminus\{-1\}$ f) $\left\{\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}\right\}$

5. (9 p) Fie $G=(1,+\infty)$ care are o structură de grup faţă de operaţia " $*$ " definită prin

$$x*y=\sqrt{x^2y^2-x^2-y^2+2}$$

pentru orice $x,y\in G$. Să se determine $a,b\in R$ astfel încât funcţia

$$f:(0,+\infty)\to G,\quad f(x)=\sqrt{ax+b}$$

să fie un izomorfism de la grupul $((0,+\infty),\cdot)$ la grupul $(G,*)$.

a) $a=0, b=2$ b) $a=1, b\in\{1,2\}$ c) $a=0, b=1$

d) $a=0, b\in\{1,2\}$ e) $a=1, b=2$ f) $a=b=1$

6. (7 p) Să se calculeze $\dfrac{1}{\sin15^\circ}+\dfrac{1}{\cos15^\circ}$.

a) $2\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{6}$ d) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ e) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ f) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

7. (9 p) Se dau punctele $A(2,3)$ şi $B(1,2)$. Fie $C(a,b)$ un punct de pe dreapta $2x+y-2=0$ astfel încât triunghiul ABC este isoscel cu baza AB şi $d=b-a$. Atunci:

a) $d=8$ b) $d=4$ c) $d=-7$ d) $d=0$ e) $d=-4$ f) $d=6$

8. (8 p) Se consideră $f:R-\{2\}\to R$,

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-2}, \quad a,b\in R.$$

Să se determine valorile parametrilor reali a,b astfel încât $y=x+2$ să fie asimptotă oblică către ∞ la graficul funcţiei f.

a) $a=0, b=-2$ b) $a=1, b=0$ c) $a=0, b\in R$
d) $a=0, b=3$ e) $a=-2, b\in R$ f) nu există

9. (10 p) Fie $f:R\to R$,

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-x+a}},$$

unde $a\in R$. Să se determine mulţimea valorilor parametrului a astfel încât funcţia să admită un extrem cu valoarea $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

a) $\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$ b) $\{0,1\}$ c) $\{1\}$ d) Φ e) $\{-2\}$ f) $\left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

10. (8 p) Se consideră $f:(0,+\infty)\to R$, $f(x)=\sqrt{x}\ln x$. Să se determine punctele de pe graficul funcţiei f în care tangenta la grafic este paralelă cu axa Ox.

a) $A(1,0)$ b) $A(e,1)$ c) $A(e^{-2},-2)$
d) $A(e^{-2},-2e^{-1})$ e) $A(1,-2e^{-1})$ f) nu există astfel de puncte

11. (8 p) Să se calculeze

$$\int\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}dx, \quad x>0.$$

a) $-\arcsin e^{-x}+C,\ C\in R$ b) $\arcsin e^{x}+C,\ C\in R$ c) $-\arcsin e^{2x}+C,\ C\in R$
d) $-\arcsin e^{x}+C,\ C\in R$ e) $\arcsin e^{-2x}+C,\ C\in R$ f) $2\arcsin e^{-2x}+C,\ C\in R$

12. (9 p) Să se calculeze integrala

$$\int_0^{\pi/3} sinx\cdot e^{-3x}dx.$$

a) $\frac{1}{10}e^{-\pi}\left(1-3\sqrt{3}+e^{2\pi}\right)$ b) $\frac{1}{10}e^{-\pi}$ c) 0
d) $\frac{1}{20}e^{-\pi}\left(-1-3\sqrt{3}+2e^{\pi}\right)$ e) $\frac{1}{20}e^{-\pi}\left(1-3\sqrt{3}+2e^{\pi}\right)$ f) $\frac{1}{10}e^{-\pi}\left(-1-3\sqrt{3}+2e^{\pi}\right)$