VARIANTA A

CONCURSUL DE MATEMATICĂ ETC™ CLASA XII-a

28.03.2015

1. (9 p) Se consideră punctele $P_n(n,2^n-1), n\in N$. Să se determine n pentru care aria triunghiului $P_nP_{n+1}P_{n+2}$ este egală cu 64.

a) $n=5$ b) $n=6$ c) $n=4$
d) $n=7$ e) $n=8$ f) $n=3$

2. (10 p) Valorile numărului natural nenul n pentru care următoarea inegalitate

$$\sqrt[1\cdot 2]{a}\cdot\sqrt[2\cdot 3]{a}\cdot\sqrt[3\cdot 4]{a}\cdot\ldots\cdot\sqrt[n\cdot(n+1)]{a}>a^n, a>0, a\neq 1,$$

este adevărată, sunt :

a) $\forall n\geq 1$, dacă $a\in(0,1)$ b) $\forall n\geq 1$ c) $\forall n<20$, $n\in N^*$
d) $\forall n\geq 1$, dacă $a\in(1,\infty)$ e) $n\in\{1,2,3\}$ f) $\forall n<10$, $n\in N^*$

3. (8p) Se consideră funcţia $f:R\to R$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{3}\cdot\left[\dfrac{2}{x}\right], x\neq 0\\ 2a, \quad x=0\end{cases},$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x. Să se determine valorile lui $a\in R$ astfel încât f este continuă în punctul $x=0$.

a) $a=\frac{1}{2}$ b) $a=1$ c) $a=\frac{2}{3}$ d) $a=2$ e) $a=\frac{1}{3}$ f) $a=3$

4. (11 p) Să se calculeze integrala definită $\displaystyle\int_0^{\pi/4}\frac{tg(x)}{1+\sqrt{2}\cos(x)}dx.$

a) $\ln\left(4-2\sqrt{2}\right)$ b) $\ln\left(4+2\sqrt{2}\right)$ c) $\ln\left(2-\sqrt{2}\right)$
d) $\ln\left(8-4\sqrt{2}\right)$ e) $\ln\left(8+4\sqrt{2}\right)$ f) $\ln\left(2+\sqrt{2}\right)$